5-barvanje ravninskih grafov

Klavdija Jagar

Fakulteta za matematiko in fiziko
Oddelek za matematiko

8. maj 2009

Vprašanje

Ali je možno pobarvati območja kateregakoli ravninskega grafa s štirimi barvami, tako da sta vsaki dve območji, ki imata skupno mejo (in ne le točko) pobarvani z različnima barvama?

Vprašanje

Ali je možno pobarvati območja kateregakoli ravninskega grafa s štirimi barvami, tako da sta vsaki dve območji, ki imata skupno mejo (in ne le točko) pobarvani z različnima barvama?

Vprašanje

Ali je možno pobarvati območja kateregakoli ravninskega grafa s štirimi barvami, tako da sta vsaki dve območji, ki imata skupno mejo (in ne le točko) pobarvani z različnima barvama?

Definicija

*Graf je **ravninski**, če ga lahko narišemo v ravnini $\mathbb{R}^2$ (oz. ekvivalentno na 2-dimenzionalni sferi S^2) brez da bi se povezave sekale.*

Vprašanje

Ali je možno pobarvati območja kateregakoli ravninskega grafa s štirimi barvami, tako da sta vsaki dve območji, ki imata skupno mejo (in ne le točko) pobarvani z različnima barvama?

Definicija

*Graf je **ravninski**, če ga lahko narišemo v ravnini $\mathbb{R}^2$ (oz. ekvivalentno na 2-dimenzionalni sferi S^2) brez da bi se povezave sekale.*

Vprašanje

Ali je možno pobarvati območja kateregakoli ravninskega grafa s štirimi barvami, tako da sta vsaki dve območji, ki imata skupno mejo (in ne le točko) pobarvani z različnima barvama?

Definicija

*Graf je **ravninski**, če ga lahko narišemo v ravnini $\mathbb{R}^2$ (oz. ekvivalentno na 2-dimenzionalni sferi S^2) brez da bi se povezave sekale.*

Opomba

Območja v ravninskem grafu, ki so omejena s povezavami, imenujemo lica grafa.

Vprašanje

Ali je možno pobarvati območja kateregakoli ravninskega grafa s štirimi barvami, tako da sta vsaki dve območji, ki imata skupno mejo (in ne le točko) pobarvani z različnima barvama?

Definicija

*Graf je **ravninski**, če ga lahko narišemo v ravnini $\mathbb{R}^2$ (oz. ekvivalentno na 2-dimenzionalni sferi S^2) brez da bi se povezave sekale.*

Opomba

Območja v ravninskem grafu, ki so omejena s povezavami, imenujemo lica grafa.

Definicija

Iz ravninskega grafa G konstruiramo ***dualni graf*** *G^* tako, da znotraj vsakega lica postavimo vozlišče, dve vozlišči pa povežemo s povezavo natanko takrat, ko imata lici, znotraj katerih ležita ti vozlišči, skupno mejo.*

Definicija

Iz ravninskega grafa G konstruiramo ***dualni graf*** *G^* tako, da znotraj vsakega lica postavimo vozlišče, dve vozlišči pa povežemo s povezavo natanko takrat, ko imata lici, znotraj katerih ležita ti vozlišči, skupno mejo.*

Definicija

*Iz ravninskega grafa G konstruiramo **dualni graf** G^* tako, da znotraj vsakega lica postavimo vozlišče, dve vozlišči pa povežemo s povezavo natanko takrat, ko imata lici, znotraj katerih ležita ti vozlišči, skupno mejo.*

Opomba

Problem barvanja lic ravninskega grafa je ekvivalenten problemu barvanja vozlišč njegovega dualnega grafa.

Definicija

*Iz ravninskega grafa G konstruiramo **dualni graf** G^* tako, da znotraj vsakega lica postavimo vozlišče, dve vozlišči pa povežemo s povezavo natanko takrat, ko imata lici, znotraj katerih ležita ti vozlišči, skupno mejo.*

Opomba

Problem barvanja lic ravninskega grafa je ekvivalenten problemu barvanja vozlišč njegovega dualnega grafa.

Definicija

*Iz ravninskega grafa G konstruiramo **dualni graf** G^* tako, da znotraj vsakega lica postavimo vozlišče, dve vozlišči pa povežemo s povezavo natanko takrat, ko imata lici, znotraj katerih ležita ti vozlišči, skupno mejo.*

Opomba

Problem barvanja lic ravninskega grafa je ekvivalenten problemu barvanja vozlišč njegovega dualnega grafa.

Izrek (Eulerjeva formula)

Če je G povezan ravninski graf z n vozlišči, e povezavami in f lici, potem je

$$n - e + f = 2.$$

Definicija

*Iz ravninskega grafa G konstruiramo **dualni graf** G^* tako, da znotraj vsakega lica postavimo vozlišče, dve vozlišči pa povežemo s povezavo natanko takrat, ko imata lici, znotraj katerih ležita ti vozlišči, skupno mejo.*

Opomba

Problem barvanja lic ravninskega grafa je ekvivalenten problemu barvanja vozlišč njegovega dualnega grafa.

Izrek (Eulerjeva formula)

Če je G povezan ravninski graf z n vozlišči, e povezavami in f lici, potem je

$$n - e + f = 2.$$

Trditev

Vsak ravninski graf lahko pobarvamo s šestimi barvami.

Trditev

Vsak ravninski graf lahko pobarvamo s šestimi barvami.

Trditev

Vsak ravninski graf lahko pobarvamo s šestimi barvami.

Trditev

Naj bo G poljuben neprazen enostaven graf v ravnini. Potem v grafu G obstaja vozlišče stopnje največ 5.

Trditev

Vsak ravninski graf lahko pobarvamo s šestimi barvami.

Trditev

Naj bo G poljuben neprazen enostaven graf v ravnini. Potem v grafu G obstaja vozlišče stopnje največ 5.

Trditev

Vsak ravninski graf lahko pobarvamo s šestimi barvami.

Trditev

Naj bo G poljuben neprazen enostaven graf v ravnini. Potem v grafu G obstaja vozlišče stopnje največ 5.

Definicija

Enostaven graf *je graf brez zank in večkratnih povezav.*

Trditev

Vsak ravninski graf lahko pobarvamo s šestimi barvami.

Trditev

Naj bo G poljuben neprazen enostaven graf v ravnini. Potem v grafu G obstaja vozlišče stopnje največ 5.

Definicija

Enostaven graf *je graf brez zank in večkratnih povezav.*

Definicija

Graf v ravnini *je slika ravninskega grafa, na kateri se nobeni dve povezavi ne sekata.*

Definicija

Graf v ravnini *je slika ravninskega grafa, na kateri se nobeni dve povezavi ne sekata.*

Definicija

Graf v ravnini *je slika ravninskega grafa, na kateri se nobeni dve povezavi ne sekata.*

Izrek

Vsak ravninski graf G lahko seznamsko pobarvamo s petimi barvami:

$$\chi_l(G) \leq 5.$$

Definicija

Graf v ravnini *je slika ravninskega grafa, na kateri se nobeni dve povezavi ne sekata.*

Izrek

Vsak ravninski graf G lahko seznamsko pobarvamo s petimi barvami:

$$\chi_l(G) \leq 5.$$

Definicija

Graf v ravnini *je slika ravninskega grafa, na kateri se nobeni dve povezavi ne sekata.*

Izrek

Vsak ravninski graf G lahko seznamsko pobarvamo s petimi barvami:

$$\chi_l(G) \leq 5.$$

Definicija

Skoraj trianguliran graf *je ravninski graf, v katerem je vsako lice razen zunanjega omejeno z natanko tremi povezavami.*

Definicija

Graf v ravnini *je slika ravninskega grafa, na kateri se nobeni dve povezavi ne sekata.*

Izrek

Vsak ravninski graf G lahko seznamsko pobarvamo s petimi barvami:

$$\chi_l(G) \leq 5.$$

Definicija

Skoraj trianguliran graf *je ravninski graf, v katerem je vsako lice razen zunanjega omejeno z natanko tremi povezavami.*

Trditev

Naj bo $G = (V, E)$ skoraj trianguliran graf in naj bo B cikel, ki omejuje zunanje lice. Za množice barv $C(v)$, $v \in V$, privzamemo:

1. *Dve sosenji vozlišči x, y iz B sta že pobarvani z (različnima) barvama α in β.*
2. *$|C(v)| \geq 3$ za vsa ostala vozlišča iz B.*
3. *$|C(v)| \geq 5$ za vsa vozlišča v notranjosti.*

Potem lahko barvanje x, y razširimo do primernega barvanja G z izbiro barv iz seznamov. V posebnem primeru: $\chi_l(G) \leq 5$.

Trditev

Naj bo $G = (V, E)$ skoraj trianguliran graf in naj bo B cikel, ki omejuje zunanje lice. Za množice barv $C(v)$, $v \in V$, privzamemo:

1. *Dve sosenji vozlišči x, y iz B sta že pobarvani z (različnima) barvama α in β.*
2. *$|C(v)| \geq 3$ za vsa ostala vozlišča iz B.*
3. *$|C(v)| \geq 5$ za vsa vozlišča v notranjosti.*

Potem lahko barvanje x, y razširimo do primernega barvanja G z izbiro barv iz seznamov. V posebnem primeru: $\chi_l(G) \leq 5$.

Vprašanje

Ali za vsak ravninski graf velja $\chi_l(G) \leq \chi(G) + 1$*?*

Vprašanje

Ali za vsak ravninski graf velja $\chi_l(G) \leq \chi(G) + 1$*?*

Vprašanje

Ali za vsak ravninski graf velja $\chi_l(G) \leq \chi(G) + 1$*?*

Možnosti

1. $\chi(G) = 2 \Rightarrow \chi_l(G) \leq 3$
2. $\chi(G) = 3 \Rightarrow \chi_l(G) \leq 4$
3. $\chi(G) = 4 \Rightarrow \chi_l(G) \leq 5$

Vprašanje

Ali za vsak ravninski graf velja $\chi_l(G) \leq \chi(G) + 1$*?*

Možnosti

1. $\chi(G) = 2 \Rightarrow \chi_l(G) \leq 3$
2. $\chi(G) = 3 \Rightarrow \chi_l(G) \leq 4$
3. $\chi(G) = 4 \Rightarrow \chi_l(G) \leq 5$